

УДК 332.1: 519.63

**Семенчин Евгений Андреевич, доктор физ.-мат. наук, профессор,
Кузякина Марина Викторовна**

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО
УЩЕРБА, ПРИЧИНЯЕМОГО ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЕ
АТМОСФЕРНЫМИ ПРИМЕСЯМИ**

В статье предлагается математическая модель динамики экономического ущерба, причиняемого окружающей среде выбросами примеси от промышленных предприятий. Она обладает рядом преимуществ по сравнению с существующими: не требуется определять значительное число эмпирических констант, позволяет прогнозировать указанный экономический ущерб на 2 - 3 года вперед.

В работах [Москаленко, 2003, Лоскутова, 2008] подробно описаны методики расчета экономического ущерба, причиняемого воздушной среде годовыми выбросами загрязнений в атмосферу от стационарных источников, к которым, в частности, относятся промышленные предприятия. В методике из [Москаленко, 2003], для вычисления ущерба используется соотношение

$$y = \sigma \cdot f \cdot \sum_{i=1}^n \gamma_i a_i m_i, \quad (1)$$

где σ - коэффициент, учитывающий региональные особенности территории, подверженной воздействию вредных веществ, и связанный с величиной относительной опасности загрязнения этой территории, f - коэффициент, учитывающий характер рассеяния веществ в атмосфере, γ_i - стоимостная оценка (в денежных единицах) ущерба от единицы выброса i -го вредного вещества (коэффициент γ_i часто расщепляют на сумму $\gamma_i = \gamma'_i + \gamma''_i$, где γ'_i , γ''_i - стоимостные оценки ущерба, причиняемого выбросами,

соответственно не превышающими и превышающими предельные значения концентрации i -го вещества в атмосфере), n - количество вредных веществ, выбрасываемых в атмосферу, a_i - коэффициент приведения различных вредных веществ к агрегированному виду, характеризующий относительную опасность для окружающей среды i -го вещества, m_i - фактический объем (масса) выброса за год i -го вредного вещества, $i = 1, \dots, n$.

В методике, описанной в [Лоскутова, 2008] для расчета экономического ущерба u вместо формулы (1) предлагается использовать формулу

$$y = \begin{cases} \sigma \cdot f \cdot \sum_{i=1}^n \gamma'_i k_i a_i m_i, & m_i \leq ПДВ_i, \\ \sigma \cdot f \cdot \sum_{i=1}^n \gamma'_i k_i a_i ПДВ_i + \sigma \cdot f \cdot \sum_{i=1}^n \gamma''_i k_i a_i (m_i - ПДВ_i), & m_i > ПДВ_i, \end{cases} \quad (2)$$

здесь k_i - коэффициент, учитывающий инфляцию, $i = 1, \dots, n$,

$$f = \frac{100}{100 \cdot \varphi H} \cdot \frac{4}{1+U}, \quad \varphi = 1 + \frac{\Delta T}{75^\circ C}, \quad (3)$$

φ - поправка на тепловой подъем факела в атмосфере, ΔT - среднегодовая разность температур в устье источника (трубы) и в окружающей атмосфере, H - высота источника (трубы), U - среднегодовое значение модуля скорости ветра, σ , f , a_i , γ'_i , γ''_i , m_i имеют тот же смысл, что и в формуле (1), $ПДВ_i$ - предельно допустимые выбросы в атмосферу i -го вещества.

Обратим внимание, что значения γ'_i , γ''_i существенно зависят от i , $i = 1, \dots, n$ (в настоящее время существуют подробные таблицы значений γ'_i , γ''_i , утверждаемые ежегодно постановлением Совета Министров Российской Федерации «Об утверждении нормативов платы за выбросы загрязняющих веществ в природную среду и порядка их применения»).

На практике не всегда удобно вычислять эмпирические константы в (1), (2). Кроме того, формулы (1), (2) позволяют определять значения экономического ущерба u только в рассматриваемый момент времени t и не

предоставляют возможности находить y на последующие моменты $s > t$ (т.е. осуществить прогноз значений y с момента t на момент s).

Цель данной работы – предложить другой метод вычисления значений экономического ущерба y , чем с помощью формул (1) и (2), который позволил бы отказаться от определения большого числа эмпирических констант в (1), (2) и, кроме того, позволил бы осуществлять прогноз значений y на момент $s > t$ по известным значениям y до момента t включительно.

Рассмотрим отношения двух сторон: промышленного предприятия, выбрасывающего в атмосферу экологически вредные вещества, и организации, осуществляющей контроль за выплатой предприятиями штрафов, налагаемых на них территориальными органами Федеральной службой по экологическому, технологическому и атомному надзору Российской Федерации (далее кратко – контролирующей организацией). Предполагаем, что руководство промышленного предприятия планирует объемы выбросов загрязняющих веществ в текущий момент времени t , $t = 1, 2, \dots$, в соответствии с величиной штрафов, уплаченных им в предыдущий момент времени $(t-1)$ за такие выбросы, а сумма экономического ущерба, устанавливаемая контролирующей организацией в момент t , определяется объемом (массой) выбросов этих веществ в данный момент. Пусть динамика изменения массы i -го загрязняющего вещества описывается соотношениями:

$$m^s_i(t) = f_i(y_i(t-1), y_i(t-2), y_i(t-3), \dots, y_i(0)), \quad (4)$$

$$m^d_i(t) = g_i(y_i(t)), \quad (5)$$

где $m^s_i(t)$ – объем (масса) выброса вредного вещества, планируемый промышленным предприятием в момент времени t ; величина $m^s_i(t)$ определенным образом влияет на объем производимой им продукции, а также на мероприятия по фильтрации от вредных примесей выбрасываемого в атмосферу воздуха.

$y_i(t)$ - суммарная величина экономического ущерба i -го вредного вещества, выплачиваемая в момент времени t ,

$m^d_i(t)$ - фактический объем (масса) выброса в атмосферу вредного вещества в момент t , в соответствии с которыми контролирующая организация рассчитывает суммарную величину экономического ущерба $y_i(t)$, которую должно выплатить предприятие за загрязнение атмосферы.

Будем предполагать, что в (4)-(5) имеют место более простые зависимости

$$m^s_i(t) = f_i(y_i(t-1)), \quad (6)$$

$$m^d_i(t) = g_i(y_i(t)) \quad (7)$$

и задано начальное условие

$$y_i(0) = y_i^0. \quad (8)$$

Чтобы промышленное предприятие не несло непредвиденных убытков, необходимо, чтобы при всех t

$$m^d_i(t) = m^s_i(t). \quad (9)$$

Обратим внимание, что модели более частного типа по сравнению с (6) - (9) используются в экономике для установления взаимосвязи между предложением и ценой в прошлый ($t-1$) и спросом, ценой в настоящий момент t . Такие модели принято называть паутинообразными [Ахтямов, 2006]. Поэтому модель (6) – (9) так же будем называть паутинообразной моделью динамики экономического ущерба, причиняемого окружающей среде атмосферными выбросами.

Запаздывание во времени суммы экономического ущерба $y_i(t-1)$ в (6) от объема выброса $m^s_i(t)$ объясняется тем, что решение, принимаемое руководством предприятия, о величине объема производства (и, как следствие, объеме выброса $m^s_i(t)$) в момент t принимается с учетом уплаченной суммы штрафов, совпадающей с величиной экономического

ущерба $y_i(t-1)$ в момент времени $(t-1)$. Величина экономического ущерба $y_i(t)$, соответствующая принятому решению, определяется по факту выброшенного загрязняющего вещества.

Путем линеаризации функции $f_i(y_i(t-1))$, $g_i(y_i(t))$, $i=1,\dots,n$, из (6)-(9) (например, с помощью ряда Тейлора [Годунов, Рябенький, 1977]) перейдем к разностному уравнению первого порядка с постоянными коэффициентами

$$ay_i(t-1) + by_i(t) = f(t). \quad (10)$$

Пусть известны два любых решения $\{\tilde{y}_i(t-1), \tilde{y}_i(t)\}$ и $\{y'_i(t-1), y'_i(t)\}$ уравнения (10). Подставляя каждое из них в (10) и вычитая затем полученные равенства одно из другого, получим однородное уравнение

$$a\bar{y}_i(t-1) + b\bar{y}_i(t) = 0, \quad (11)$$

где $\bar{y}_i(t-1) = \tilde{y}_i(t-1) - y'_i(t-1)$, $\bar{y}_i(t) = \tilde{y}_i(t) - y'_i(t)$.

Решением однородного уравнения (11) является функция [Годунов, Рябенький, 1977]

$$\bar{y}_i(t) = \alpha \left(-\frac{a}{b} \right)^t,$$

здесь α - произвольная постоянная. Тогда общее решение неоднородного уравнения (10) можно представить в виде:

$$y_i(t) = y'_i(t) + \alpha \left(-\frac{a}{b} \right)^t, \quad (12)$$

где $y'_i(t)$ - частное решение (11), имеющее вид [Годунов, Рябенький, 1977]:

$$y'_i(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (y_i^*(t) - kf(k)), \quad (13)$$

$$y_i^*(t) = \begin{cases} \alpha \left(-\frac{a}{b} \right)^t, & t < 0, \\ \left(\alpha - \frac{1}{a} \right) \left(-\frac{a}{b} \right)^t, & t \geq 1. \end{cases}$$

α определяется из начального условия (8).

Укажем решение модели динамики экономического ущерба (6)-(7) в частном случае, когда

$$m^s_i(t) = h \cdot y_i(t-1) + r, \quad (14)$$

$$m^d_i(t) = -b \cdot y_i(t) + a, \quad (15)$$

$a, b, h, r, a > r > 0, b > 0$. - некоторые константы, позволяющие установить взаимосвязь между $m^s_i(t)$, $m^d_i(t)$ и $y_i(t-1)$, $y_i(t)$ соответственно, и определяемые из соотношения (6) согласно экспериментальным данным.

Из соотношений (9), (14)-(15) находим

$$a - b \cdot y_i(t) = r + h \cdot y_i(t-1). \quad (16)$$

Перепишем (16) в виде :

$$y_i(t) = \alpha + \beta \cdot y_i(t-1), \quad (17)$$

где $\alpha = \frac{a-r}{b}$, $\beta = -\frac{h}{b}$.

Методом конечных разностей [Годунов, Рябенький, 1977] определим:

$$y_i(t) = \alpha(1 + \beta + \beta^2 + \dots + \beta^{t-1}) + \beta^t y_i(0)$$

или

$$y_i(t) = \alpha \frac{1 - \beta^t}{1 - \beta} + \beta^t y_i(0) = \frac{\alpha}{1 - \beta} + \left(y_i(0) - \frac{\alpha}{1 - \beta} \right) \beta^t. \quad (18)$$

Из (18) следует, что если $|\beta| = \left| -\frac{h}{b} \right| < 1$, то значения $y_i(t)$ при $t \rightarrow \infty$

стремятся к своему равновесному значению: $y_i(t) \rightarrow \bar{y}_i$, $\bar{y}_i = \frac{a-r}{b+h}$; если

$|\beta| = \left| -\frac{h}{b} \right| > 1$, то равновесие неустойчиво: $y_i(t) \rightarrow \infty$ при $t \rightarrow \infty$; если

$|\beta| = \left| -\frac{h}{b} \right| = 1$, то при $t \rightarrow \infty$ значения $y_i(t)$ чередуются (колеблются) вокруг

равновесного значения \bar{y} .

Определив объем (массу) выброса вредного вещества $m^s_i(t)$, можно найти $y_i(t)$ согласно (1), (2), после чего из (18) легко определить значение $y_i(t+1)$, т.е. прогнозируемое значение экономического ущерба в момент $(t+1)$.

Для вычисления y_i должен быть известен фактический объем выброса i -го вредного вещества m_i . На предприятиях в большинстве случаев отсутствует учет таких показателей. Поэтому для определения m_i контролирующей организацией требуется предварительно решить задачу, обратную задаче нахождения концентрации примеси в турбулентной диффузии, формулировка и решение которой (с помощью одношагового фильтра Калмана-Бьюси) приведены в работе [Семенчин, Кузякина, 2009].

Общая схема определения экономического ущерба, причиняемого окружающей среде выбросами примеси от промышленных предприятий, выглядит следующим образом.

1) На основе статистических данных о сумме экономического ущерба, выплаченного в момент времени $t-1$ и о значениях параметров σ , a_i , γ'_i , γ''_i , f , k в момент времени t согласно формулы (2) находим такую массу выбросов $m^s_i = m_i$, при которой сумма экономического ущерба осталась бы прежней.

Если данные о сумме экономического ущерба, выплаченного в момент времени $t-1$, отсутствуют, то с помощью формул (2), (3), имеющихся данных о массе выброшенной в атмосферу в момент времени $t-1$ примеси $m_i = m_i^d$ и значениях параметров σ , a_i , γ'_i , γ''_i , f , k в момент времени $t-1$ рассчитываем $y(t-1)$.

Если данные о массе выброшенных в атмосферу вредного вещества m_i^d отсутствуют, то на основе статистических данных о концентрации примеси исследуемого вредного вещества, а также данных о значениях основных параметров математической модели рассеяния примеси в атмосфере,

вычисляем эти значения с помощью программного продукта «MFKB» на языке программирования MATLAB C/C++ Math Library 2.2, зарегистрированного в Федеральной службе по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам РФ [Кузякина, Семенчин, 2010].

2) Подставляем значения $m_i^d(t)$, $m_i^s(t)$, $y(t-1)$, $y(t)$ в (14),(15), и, построив решение системы линейных алгебраических уравнений, найдем параметры a , b , h , r .

3) Подставив значения параметров a , b , h , r и $y(t)$ в формулу (17), найдем $y(t+1)$.

4) Подставив предварительно вычисленное значение $y(t+1)$ в формулу (15), найдем прогнозируемое значение массы выброса в атмосферу вредного вещества $m_i^d(t+1)$ на момент $t+1$.

Пример 1. Для иллюстрации предложенной методики прогноза величины экономического ущерба, нанесенного предприятием атмосфере, были взяты статистические данные о выбросах окислов азота (NO_x) на территории автотранспортного предприятия.

Согласно нормативам, принятым в Российской Федерации, определяем следующие константы $\sigma = 1.8$, $a_{NO_x} = 1.5$, $\gamma'_{NO_x} = 450$ (руб / тыс. кг.), $\gamma''_{NO_x} = 1350$ (руб / тыс. кг.), $f = 1.58$ в (2), (3). Согласно статистическим данным за 2008 и 2009 года коэффициенты инфляции $k_{2008} = 1.2$, $k_{2009} = 1.5$, а значения массы выброшенных предприятием в атмосферу окислов азота - $m_{NO_x}^d(2008) = 6728$ (кг.)

При решении воспользуемся схемой, изложенной выше.

1) По формуле (2), находим $y_{NO_x}(2007) = 13.045$ (тыс. руб. / тыс. кг.), $y_{NO_x}(2008) = 23.459$ (тыс. руб. / тыс. кг.), $y_{NO_x}(2009) = 40.147$ (тыс. руб. / тыс. кг.).

Согласно результатам предыдущих вычислений и формуле (2), находим приемлемые для предприятия значения массы выбросов $m_{NO_x}^s(2008) = 5220$

(кг), $m_{NO_x}^s(2009) = 5729$ (кг), которые позволили бы ему в следующем 2009, 2010 году выплатить точно такую же сумму экономического ущерба, как и в прошлом 2008, 2009 году соответственно.

$m_{NO_x}^d(2009)$ еще не обнародована, но известны результаты замеров концентрации примеси окисла азота, согласно которым с помощью программы «MFKB» [Кузякина, Семенчин, 2010] легко находим $m_{NO_x}^d(2009) = 7434$ (кг.).

2) Построив решение системы (14), (15), на основе данных $m_{NO_x}^s(2009)$, $y_{NO_x}(2008)$, $m_{NO_x}^d(2009)$, $y_{NO_x}(2009)$, определяем значения $h = 5.4$, $r = 2.6$, $b = 0.1$, $a = 3.7$.

3) По формуле (17), подставив в нее найденные значения a , b , h , r и $y_{NO_x}(2009)$, определяем прогнозное значение экономического ущерба $y_{NO_x}(2010) = 45.070$ (тыс. руб. / тыс. кг.), причиненного автотранспортным предприятием в 2010 году.

4) По формуле (5) и уже известным a , b , h , r и $y_{NO_x}(2010)$ находим массу примеси $m_{NO_x}^d(2010) = 8215$ (кг.), которую выбросит предприятие в 2010 году.

Так как $\left| -\frac{h}{b} \right| = 54 > 1$, то $y_{NO_x}(t)$ будет постоянно расти, что подтверждается статистическими данными. Однако реально значения $y_{NO_x}(t)$ не будут неограниченно возрастать, т.к. предприятие либо будет вынуждено поменять оборудование на более экологичное (электромобили, автомобили евростандарта), либо перестанет увеличивать (найдет оптимальное для себя) количество автотранспорта, в противном случае оно станет убыточным (в силу непомерных штрафов) и разорится.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Ахтямов А.М., Математика для социологов и экономистов: Учеб. пособие. – М.: Физматлит, 2006. – 463 с.

Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы (введение в теорию) – М: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1977. – 440 с.

Кузякина М.В., Семенчин Е.А. Оценка интенсивности источника примеси с помощью многошагового фильтра Калмана-Бьюси. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2010613713, 07.06.2010 г.

Лоскутова Е. О. Оценка эколого-экономического ущерба от загрязнения атмосферы выбросами промышленных предприятий // Известия Российского государственного педагогического университета имени А. И. Герцена. Аспирантские тетради. Москва, 2008. С. 75-82.

Москаленко А.П., Экономика природопользования и охраны окружающей среды: Учеб. пособие. – М.: МарТ, 2003. – 224 с.

Семенчин Е.А., Кузякина М.В. Методика расчета экономического ущерба, причиняемого воздушной среде выбросами легкой примеси от промышленных предприятий // Труды Кубанского государственного аграрного университета, 2009, 2(17). – С.34-39